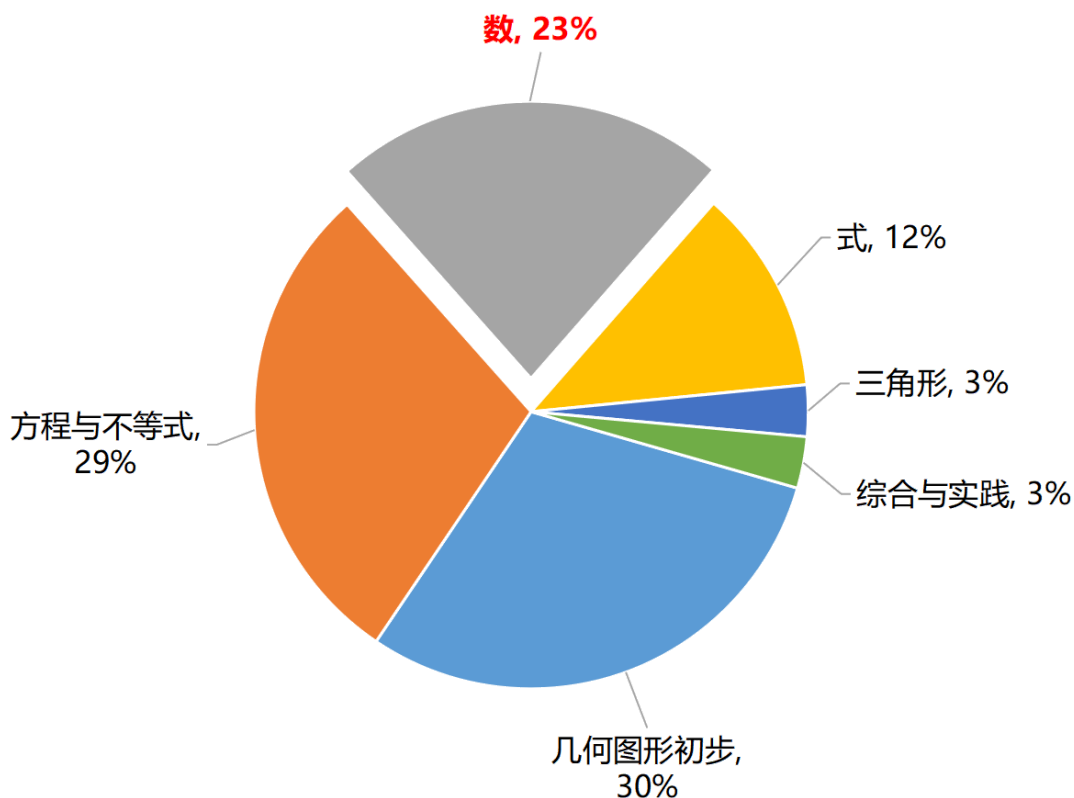


1.数轴的应用

数轴与绝对值属于人教版教材第一章的内容，是期中、期末考试的重要考点，同时数轴上的动点问题与绝对值化简求值也是初一上学期重难点。本模块为《数轴与绝对值进阶》，重点包括利用数轴比较大小、数轴上整数点与滚动点问题、数轴上动点问题、绝对值化简求值(一)、绝对值化简求值(二)。本模块难度适中，适用于基础部分的夯实，本模块分为数轴的应用、绝对值化简求值(一)、绝对值化简求值(二)共3讲内容，加油站与讲义内容完全对照，帮助学生巩固薄弱点和易错点。

知己知彼



知识点	难度	考频
利用数轴比较大小	★★	低
整数点、滚动问题	★★★	中
数轴上动点问题	★★★★	高
绝对值的化简求值(一)	★★★	高
绝对值的化简求值(二)	★★★	高

一、 比较大小

1.有理数大小比较的常用结论

- (1) 在数轴上，右边的数总比左边的数 大 .
- (2) 正数 大于 零，零 大于 负数，正数 大于 负数.
- (3) 两个负数大小的比较：由于数轴上左边的数 小于 右边的数，故两个负数中，绝对值大的反而 小 .
- (4) 两个正数大小的比较：绝对值大的数较 大 .

2.有理数大小比较的常用方法

类别	特征
数轴比较法	将两有理数分别表示在数轴上，右边点表示的数总比左边点表示的数 <u>大</u> ，若两数表示在同一点，则这两数 <u>相等</u>
绝对值比较法	设 a 、 b 是两负有理数， $ a > b \Leftrightarrow a < b$; $ a = b \Leftrightarrow a = b$; $ a < b \Leftrightarrow a > b$

🧠 举个“栗”子

栗子1

1. 大于-1.5且小于2.5的整数共有 _____ 个 .

【答案】 4

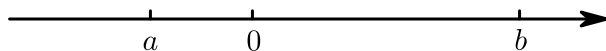
【解析】 大于-1.5且小于2.5的整数有-1, 0, 1, 2, 共4个 .

【标注】 【知识点】正数、负数定义

【知识点】有理数比较大小-利用有理数正负性

栗子2

2. 有理数 a 、 b 在数轴上表示的点如图所示，则 a 、 $-a$ 、 b 、 $-b$ 的大小关系是（ ）。



- A. $-b > a > -a > b$ B. $-b < a < -a < b$ C. $b > a > -b > -a$ D. $a > -a > b > -b$

【答案】 B

【解析】 $\because$ 由题图可知， $a < 0 < b$ ， $|a| < b$ ，

$$\therefore -b < a < -a < b.$$

故选B.

【标注】【知识点】根据数轴上点的位置判断符号大小

栗子3

3. 绝对值小于6的整数一共有 _____ 个.

【答案】 11

【解析】 绝对值小于6的整数有5；4；3；2；1；0；-1；-2；-3；-4；-5共11个.

故答案为：11.

【标注】【知识点】绝对值的代数意义

栗子4

4. 比大小： -2.5 _____ -2.7 ， $-\frac{4}{5}$ _____ $-\frac{5}{6}$ （填 $>$ ， $<$ ， $=$ ）.

【答案】 $>$ ； $>$

【解析】 两个负数比较大小，绝对值大的反而小，

$$\because 2.5 < 2.7,$$

$$\therefore -2.5 > -2.7,$$

$$\because \frac{4}{5} < \frac{5}{6},$$

$$\therefore -\frac{4}{5} > -\frac{5}{6}.$$

【标注】【知识点】无理数大小的比较

【知识点】有理数比较大小-利用有理数正负性

5. 比大小：① -5 _____ 3 ；② $-\frac{1}{2}$ _____ $-\left|-\frac{1}{3}\right|$ 。（填“>”、“=”或“<”）。

【答案】<；<

【解析】 $-5 < 3$.

$$-\left|-\frac{1}{3}\right| = -\frac{1}{3} ,$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{3}{6} , \frac{1}{3} = \frac{2}{6} .$$

$$\therefore \frac{3}{6} > \frac{2}{6} .$$

$$\therefore \frac{1}{2} > \frac{1}{3} ,$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < -\frac{1}{3} ,$$

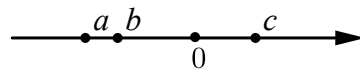
$$\therefore -\frac{1}{2} < -\left|-\frac{1}{3}\right| .$$

故答案为：<，< .

【标注】【知识点】有理数比较大小-利用有理数正负性

栗子5

6. 实数 a 、 b 、 c 大小关系如图所示，则下列式子一定成立的是（ ）。



A. $a + b + c > 0$

B. $|a - c| = |a| + c$

C. $c > |a + b|$

D. $|b - c| = |c - a|$

【答案】B

【解析】A 选项： $a + b + c < 0$ ，故A错误；

B 选项： $|a - c|$ 表示数 a 的点与数 c 的点之间的距离，可以用 $|a| + c$ 表示，故B正确；

C 选项： $c < |a + b|$ ，故C错误；

D 选项： $|b - c| < |c - a|$ ，故D错误。

故选 B。

【标注】【知识点】实数与数轴

二、整数点问题

规律探究：

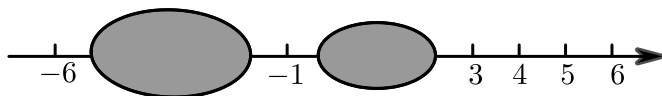
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 共 10 个数； 共 $10-1+1$ 个数

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 共 11 个数； 共 $10-0+1$ 个数

$n, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, m$ 共 $m-n+1$ 个数

栗子6

7. 小明不慎将墨水滴在数轴上，根据图中的数值，判定墨迹盖住部分的整数的和是 _____ .



【答案】 -11

【解析】 观察图可知被墨迹盖住部分的整数有 $-5, -4, -3, -2, 0, 1, 2$,

$$\therefore -5 - 4 - 3 - 2 + 0 + 1 + 2 = -11,$$

$\therefore$ 墨迹盖住部分的整数和是 -11 .

【标注】 【知识点】数轴上整点覆盖问题

栗子7

8. 数轴上表示整数的点称为整点. 某数轴的单位长度是1厘米，若在这个数轴上随意画出一条长为2020厘米的线段AB，则线段AB盖住的整点的个数是 () .

A. 2019或2020

B. 2020或2021

C. 2019

D. 2020

【答案】 B

【解析】 当线段AB其中一 endpoint 与数轴一整数点重合，盖住的整数点个数最多，有2021个，
当线段AB的两端都不与数轴上的整数点重合，盖住的整数点个数最少，有2020个，
故：2020或2021 .

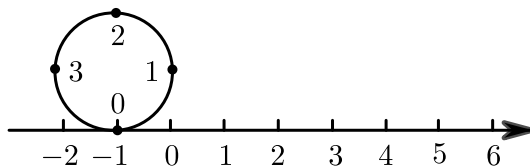
故选B .

【标注】 【知识点】数轴上整点覆盖问题

三、滚动问题

栗子8

- (1) 如图，圆的周长为4个单位长度．在该圆的4等分点处分别标上0、1、2、3，先让圆周上表示数字0的点与数轴上表示-1的点重合，再将数轴按逆时针方向环绕在该圆上．则数轴上表示2015的点与圆周上表示数字哪个点重合．



【答案】(1) 0.

【解析】(1) -1到2015共有2017个数字，

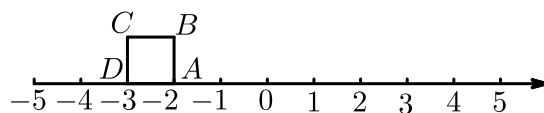
$$2017 = 4 \times 504 + 1,$$

故2015与圆周上的0重合．

【标注】【知识点】圆的滚动

栗子9

10. 如图，边长为1的正方形ABCD，沿着数轴顺时针连续滚动，起点A和-2重合，则数轴上数2016所对应的字母是_____．



【答案】C

【解析】解：2016 - (-2) = 2018，

$$2018 \div 4 = 504 \cdots 2,$$

数轴上2016所对应的点是C点．

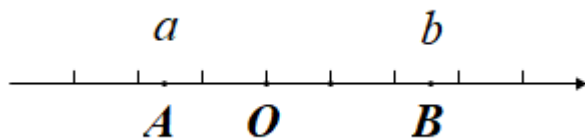
故答案为：C．

【标注】【知识点】数轴上的规律探究

四、数轴的移动与距离

1. 数轴上的距离问题

1. (数轴上) 两点距离公式



点A、点B分别表示数为 a 、 b ，则点A、点B之间的距离AB $= |a - b|$.

如图，点B在点A的右边，则距离AB $= b - a$ 、即用较大数 减去 较小数 .

2. 已知距离反求原数时，一定要注意分类讨论 .

栗子10

11. 数轴上表示4和-3的两点之间的距离是 _____ .

【答案】 7

【解析】 $4 - (-3) = 4 + 3 = 7$.

故答案为：7 .

【标注】【知识点】数轴上两点间距离

栗子11

12. 数轴上到表示数2的点距离为3的点表示的数是 _____ .

【答案】 5或-1

【解析】 $2 + 3 = 5$, $2 - 3 = -1$.

故答案为：5或-1 .

【标注】【知识点】数轴上两点间距离

栗子12

13.

已知数轴上 A 、 B 两点对应数分别为 -2 和 4 ， P 为数轴上一点，对应数为 x ，若数轴上存在点 P ，使 P 点到 A 点、 B 点距离和为 10 ，则 x 的值为_____。

【答案】 -4 或 6

【解析】 设 P 表示的数为 x ，

①当 P 在 AB 左侧， $PA + PB = 10$ ，

$$4 - x + (-2 - x) = 10,$$

解得 $x = -4$ 。

②当 P 在 AB 右侧时，

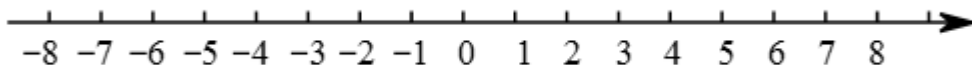
$$x + 2 + x - 4 = 10,$$

解得： $x = 6$ ，

故答案为： -4 或 6 。

【标注】 【知识点】 数轴上两点间距离

2. 数轴上的移动问题



由前面的学习我们知道在数轴上靠右的点表示的数大于比靠左的点表示的数，因此把点向右（延数轴正方向）移动得到的点表示的数，大于原来的点表示的数，新得到的数等于用原数 加上 移动的距离。反过来，把点向左（延数轴反方向）移动得到的点表示的数，小于原来的点表示的数，新得到的数等于用原数 减去 移动的距离。

比如，数轴上表示 -3 的点向右移动 4 个单位长度，得到的数是 1 、当然大于原来的数 -3 ；数轴上表示 -3 的点向左移动 4 个单位长度，得到的数是 -7 、当然小于原来的数 -3 。

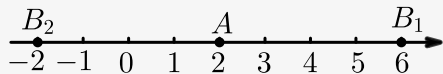
【总结】 对数轴上的点 A ，设它表示的数为 a ，到它距离为 b 的点有两个，分别表示数 $a - b$ 、 $a + b$ 。

【备注】 尽管此时学生还没学过有理数加减法，但不影响学生借助数轴理解这段知识，请教师通过上面的实例来讲解结论，在后面的习题中请借助数轴解决问题。

数轴上点 A 表示的数是2，从 A 出发，沿数轴移动4个单位长度到达点 B ，则点 B 表示的数是_____。

【答案】 6或-2

【解析】



$$2 + 4 = 6, 2 - 4 = -2.$$

【标注】【知识点】数轴上点的平移

栗子14

15. 数轴上一个点，先向左移动5个单位长度，又向右移动7个单位长度，落在了-3，则初始的点为_____。

【答案】 -5

【解析】 略。

【标注】【知识点】数轴上点的平移

栗子15

16. 一只电子跳蚤从数轴原点出发，第一次向右跳一格，第二次向左跳两格，第三次向右跳三格，第四次向左跳四格，…，按这样的规律跳2019次，跳蚤所在的点为_____。

【答案】 1010

【解析】 $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \cdots + 99 - 100 + \cdots - 2018 + 2019$

$$= -1 \times 1009 + 2019$$

$$= -1009 + 2019$$

$$= 1010.$$

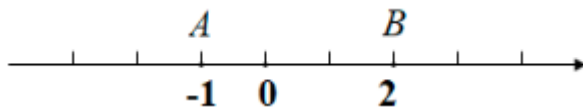
按这样的规律跳2019次，跳蚤所在的点为1010。

故答案为：1010。

【标注】【知识点】数列找规律-具有周期规律的数列

3. 数轴上的动点问题

① 点的任意位置 = 初始位置 + 运动方式 (向左 减 , 向右 加) :



比如, 点A从-1对应点向右移动, 每秒3个单位长度, 点B从2对应点向左移动, 每秒2个单位长度, 则点A向右移动 t 秒后位置表示的数为 $-1 + 3t$, 点B向左移动 t 秒后位置表示的数为 $2 - 2t$;

② 两点之间的距离等于两点表示的数的差的绝对值 (若已知两点左右位置时就用靠右点表示的数减去靠左点表示的数)

比如, 点A、点B运动 t 秒后之间的距离为 $|(-1 + 3t) - (2 - 2t)| = 5t - 3$.

17. 已知数轴上三点 M, O, N 对应的数分别为 $-3, 0, 1$, 点 P 为数轴上任意一点, 其对应的数为 x .

- (1) 如果点 P 到点 M , 点 N 的距离相等, 那么 x 的值是 _____ .
- (2) 数轴上是否存在点 P , 使点 P 到点 M , 点 N 的距离之和是5? 若存在, 请直接写出 x 的值; 若不存在, 请说明理由 .
- (3) 如果点 P 以每分钟3个单位长度的速度从点 O 向左运动时, 点 M 和点 N 分别以每分钟1个单位长度和每分钟4个单位长度的速度也向左运动, 且三点同时出发, 那么几分钟时点 P 到点 M , 点 N 的距离相等?

【答案】 (1) -1

(2) $x = -3.5$ 或 1.5 .

(3) $\frac{4}{3}$ 分钟或2分钟

【解析】 (1) $\because M, O, N$ 对应的数分别为 $-3, 0, 1$, 点 P 到点 M , 点 N 的距离相等, $\therefore x$ 的值为 -1 .

(2) 存在符合题意的点 P ,
此时 $x = -3.5$ 或 1.5 .

(3) 设运动时间为 t 分钟, 点 P 对应的数是 $-3t$, 点 M 对应的数是 $-3 - t$, 点 N 对应的数是 $1 - 4t$,

① 当点 M 和点 N 在点 P 同侧时, 因为 $PM = PN$, 所以点 M 和点 N 重合,
所以 $-3 - t = 1 - 4t$, 解得 $t = \frac{4}{3}$, 符合题意 .

② 当点 M 和点 N 在点 P 两侧时, 有两种情况:

情况一: 如果点 M 在点 N 左侧, $PM = -3t - (-3 - t) = 3 - 2t$,

$PN = (1 - 4t) - (-3t) = 1 - t$,

因为 $PM = PN$, 所以 $3 - 2t = 1 - t$,

解得 $t = 2$,

此时点 M 对应的数是 -5 ，点 N 对应的数是 -7 ，点 M 在点 N 右侧时，不符合题意，舍去。

情况二：如果点 M 在点 N 右侧， $PM = 3t - t - 3 = 2t - 3$ ，

$$PM = (-3t) - (1 - 4t) = t - 1,$$

因为 $PM = PN$ ，所以 $2t - 3 = t - 1$ ，

解得 $t = 2$ ，

此时点 M 对应的数是 -5 ，点 N 对应的数是 -7 ，点 M 在点 N 右侧时，符合题意。

综上，三点同时出发， $\frac{4}{3}$ 分钟或2分钟时， P 到点 M ，点 N 的距离相等。

【标注】【知识点】数轴上两点间距离

【知识点】两点间距离的定义

【知识点】一元一次方程的行程问题-相遇问题

【能力】分析和解决问题能力

【能力】运算能力

18. 已知数轴上两点 A ， B 对应的数分别为 -1 ， 3 ，点 P 为数轴上一动点，其对应的数为 x 。

(1) 若点 P 到点 A ，点 B 的距离相等，求点 P 对应的数。

(2) 数轴上是否存在点 P ，使点 P 到点 A ，点 B 的距离之和为8，若存在，请求出 x 的值；若不存在，说明理由。

(3) 现在点 A ，点 B 分别以2个单位长度/秒和0.5个单位长度/秒的速度同时向右运动，点 P 以6个单位长度/秒的速度同时从 O 点向左运动。当点 A 与点 B 之间的距离为3个单位长度时，求点 P 所对应的数是多少。

【答案】(1) 1。

(2) 当 $x = -3$ 或5时，满足点 P 到点 A ，点 B 的距离之和为8。

(3) -4 或 -28 。

【解析】(1) $\because$ 点 P 到点 A ，点 B 的距离相等，

$\therefore$ 点 P 是线段 AB 的中点，

$\because$ 点 A ， B 对应的数分别为 -1 ， 3 ，

$\therefore$ 点 P 对应的数是1。

(2) ①当点 P 在 A 左边时， $-1 - x + 3 - x = 8$ ，

解得： $x = -3$ 。

②点 P 在 B 点右边时， $x - 3 + x - (-1) = 8$ ，

解得： $x = 5$.

即存在 x 的值，当 $x = -3$ 或 5 时，满足点 P 到点 A ，点 B 的距离之和为 8 .

(3) ①当点 A 在点 B 左边两点相距 3 个单位时，此时需要的时间为 t ，

$$\text{则 } 3 + 0.5t - (2t - 1) = 3 ,$$

$$\text{解得：} t = \frac{2}{3} ,$$

$$\text{则点 } P \text{ 对应的数为 } -6 \times \frac{2}{3} = -4 .$$

②当点 A 在点 B 右边两点相距 3 个单位时，此时需要的时间为 t ，

$$\text{则 } 2t - 1 - (3 + 0.5t) = 3 , 1.5t = 7 ,$$

$$\text{解得：} t = \frac{14}{3} ,$$

$$\text{则点 } P \text{ 对应的数为 } -6 \times \frac{14}{3} = -28 .$$

综上可得当点 A 与点 B 之间的距离为 3 个单位长度时，求点 P 所对应的数是一 4 或 -28 .

【标注】【知识点】数轴上两点间距离

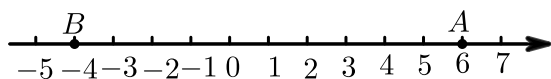
【知识点】一元一次方程的其他实际问题

【思想】方程思想

【能力】运算能力

栗子16

19. 已知数轴上三点 A ， O ， B 表示的数分别为 6 ， 0 ， -4 ，动点 P 从 A 出发，以每秒 6 个单位的速度沿数轴向左匀速运动 .



(1) 当点 P 到点 A 的距离与点 P 到点 B 的距离相等时，点 P 在数轴上表示的数是 _____ .

(2) 另一动点 R 从 B 出发，以每秒 4 个单位的速度沿数轴向左匀速运动，若点 P 、 R 同时出发，问点 P 运动多少时间追上点 R .

(3) 若 M 为 AP 的中点， N 为 PB 的中点，点 P 在运动过程中，线段 MN 的长度是否发生变化？若发生变化，请你说明理由；若不变，请你画出图形，并求出线段 MN 的长度 .

【答案】(1) 1

(2) 点 P 运动 5 秒时，追上点 R .

(3) 线段 MN 的长度不发生变化，其长度为 5 .

【解析】(1) $\because A, B$ 表示的数分别为 $6, -4$,

$$\therefore AB = 10,$$

$$\therefore PA = PB,$$

$\therefore$ 点 P 表示的数是 1,

故答案为: 1.

(2) 设点 P 运动 x 秒时, 在点 C 处追上点 R ,

$$\text{则: } AC = 6x, BC = 4x, AB = 10,$$

$$\therefore AC - BC = AB,$$

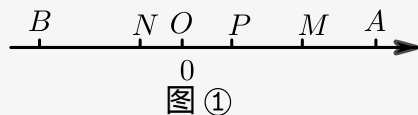
$$\therefore 6x - 4x = 10,$$

$$\text{解得, } x = 5,$$

$\therefore$ 点 P 运动 5 秒时, 追上点 R .

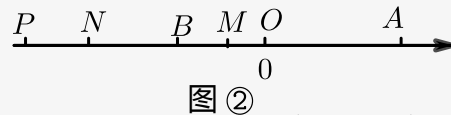
(3) 线段 MN 的长度不发生变化, 理由如下分两种情况:

① 当点 P 在 A, B 之间运动时 (如图①),



$$MN = MP + NP = \frac{1}{2}AP + \frac{1}{2}BP = \frac{1}{2}(AP + BP) = \frac{1}{2}AB = 5.$$

② 当点 P 运动到点 B 左侧时 (如图②),



$$MN = PM - PN = \frac{1}{2}AP - \frac{1}{2}BP = \frac{1}{2}(AP - BP) = \frac{1}{2}AB = 5,$$

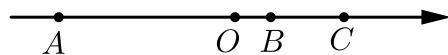
综上所述, 线段 MN 的长度不发生变化, 其长度为 5.

【标注】【能力】运算能力

【知识点】数轴上两点间距离

栗子17

20. 如图, 已知点 A, B, C 是数轴上的三点, 点 C 表示的数为 6, 点 A 表示的数为 a , 点 B 表示的数为 b , 且 a, b 分别满足: ① $x = a$ 是一元一次方程 $6x - 8 = 8x + 12$ 的解; ② $3xy^{2b-3}$ 与 $9xy$ 是同类项.



(1) 求 a, b 的值.

(2) 动点 P, Q 同时从 A, C 出发, 分别以 6 个单位长度/秒和 3 个单位长度/秒的速度沿数轴正方向运动. M 为 AP 的中点, N 在 CQ 上, 且 $CN = \frac{1}{3}CQ$, 设运动时间为 $t(t > 0)$ 秒.

① 当 $t = 1$ 时, 求点 M, N 表示的数.

②

t 为何值时, $OM = 2BN$.

【答案】(1) $-10; 2$.

(2) ① $-7; 7$.

② 18 或 $\frac{2}{5}$.

【解析】(1) $\because x = a$ 是一元一次方程 $6x - 8 = 8x + 12$ 的解,

$$\therefore 2x = -20,$$

$$x = -10.$$

$$\therefore a = -10.$$

又 $\because 3xy^{2b-3}$ 与 $9xy$ 是同类项,

$$\therefore 2b - 3 = 1,$$

$$2b = 4,$$

$$b = 2.$$

$$\therefore a = -10, b = 2.$$

(2) ① 当 $t = 1$ 时,

点 P 在数轴上表示的数为: $-10 + 1 \times 6 = -4$,

点 Q 在数轴上表示的数为: $6 + 1 \times 3 = 9$,

$\because$ 点 M 是 AP 的中点,

$\therefore$ 点 M 在数轴上表示的数为: $\frac{-10 - 4}{2} = -7$.

设点 N 表示的数为 x ,

$$\text{则 } CN = |x - 6|,$$

$$\text{又 } \because CQ = 9 - 6 = 3, CN = \frac{1}{3}CQ,$$

$$\therefore |x - 6| = \frac{1}{3} \times 3 = 1,$$

$$x - 6 = \pm 1,$$

解得: $x = 7$ 或 $x = 5$.

又 $\because$ 点 N 在 CQ 上,

$\therefore$ 点 N 表示的数为 7 .

② 由题目得: t 秒后,

点 P 在数轴上表示的数为: $-10 + 6t$,

点 Q 在数轴上表示的数为: $6 + 3t$,

$\therefore$ 点 M 在数轴上表示的数为: $\frac{-10 - 10 + 6t}{2} = -10 + 3t$.

设点 N 在数轴上表示的数为 y ,

$$\therefore y - 6 = \frac{1}{3} \times 3t ,$$

$$y = 6 + t .$$

$$\therefore OM = |3t - 10| , BN = |6 + t - 2| = 4 + t .$$

$$\therefore OM = 2BN .$$

$$\therefore |3t - 10| = 2(4 + t) .$$

$$\therefore 3t - 10 = 8 + 2t \text{ 或 } 3t - 10 = -8 - 2t ,$$

$$\text{解得 : } t = 18 \text{ 或 } t = \frac{2}{5} .$$

$$\therefore \text{符合条件的 } t \text{ 的值为 } 18 \text{ 或 } \frac{2}{5} .$$

【标注】【知识点】数轴上动点问题-线段间关系问题